



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

**CAMINOS
UPV**

PROGRAMACIÓN
DE PROYECTOS

**REDES
DE PRECEDENCIAS**

J. Alcalá

*Departamento de Ingeniería de la Construcción
y de Proyectos de Ingeniería Civil*

Programación de Proyectos
REDES DE PRECEDENCIAS

©2025

Julián Alcalá González jualgon@upv.es



Departamento de Ingeniería de la Construcción
y de Proyectos de Ingeniería Civil
Ref.: 0024-0056-PRC-00861-0017
Documento elaborado en \LaTeX

Índice

1. Introducción	3
2. Representación de las restricciones	3
3. Trazado de la red	4
4. Cálculos y notación	5
4.1. Comparación con la red de flechas	6
4.2. Determinación de tiempos	6
EJERCICIOS RESUELTOS	9
Referencias	15

(Página intencionadamente dejada en blanco)

1. Introducción

En los métodos CPM (*critical path methods*) que se planifican con redes de flechas, cada actividad comienza siempre después de haberse concluido las actividades que le preceden, de modo que no resulta sencillo representar los solapes que se suelen producir entre dos actividades consecutivas. Por ejemplo la excavación de una zanja y la posterior colocación de una tubería en su interior no sería sencilla de programar con una red de flechas, salvo que se comience a colocar la tubería cuando la zanja esté completamente concluida, lo cual es poco eficaz.

En las redes de precedencias este problema queda resuelto tan solo al representar las actividades en los nodos de la red, que se conecta con flechas que representan las restricciones. Recordemos que en las redes de flechas las actividades son las flechas entre sucesos, que son los nodos. Este simple cambio proporciona una enorme flexibilidad para resolver la distribución cronológica de todas las actividades, sean cuales sean las restricciones que haya entre ellas.

Otras ventajas adicionales de estas redes son:

- El grafo de la red puede dibujarse sin necesidad de actividades ficticias.
- Al no existir éstas, el cálculo de la red puede simultanearse con el dibujo del grafo.

2. Representación de las restricciones

La representación de las restricciones se puede hacer del modo siguiente. Si se tienen dos actividades consecutivas, la principal A y la subordinada B, separadas por un lapso de tiempo λ asociado al arco que las enlaza, la representación se haría de la forma que se indica en la figura ??.

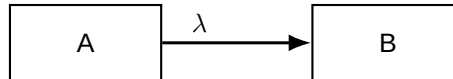


Figura 1: Representación de las actividades en un gráfico de precedencias.

En la representación de cada actividad, la *caja* que contiene a la actividad se usa para representar, además, el inicio o el final de la actividad, haciendo que las flechas que indican las restricciones comiencen o terminen en la parte izquierda cuando se indica el inicio de la actividad, o a la derecha cuando se pretende indicar el final. Las diferentes formas de representar las posibles restricciones sería la que se muestra en la figura ??.

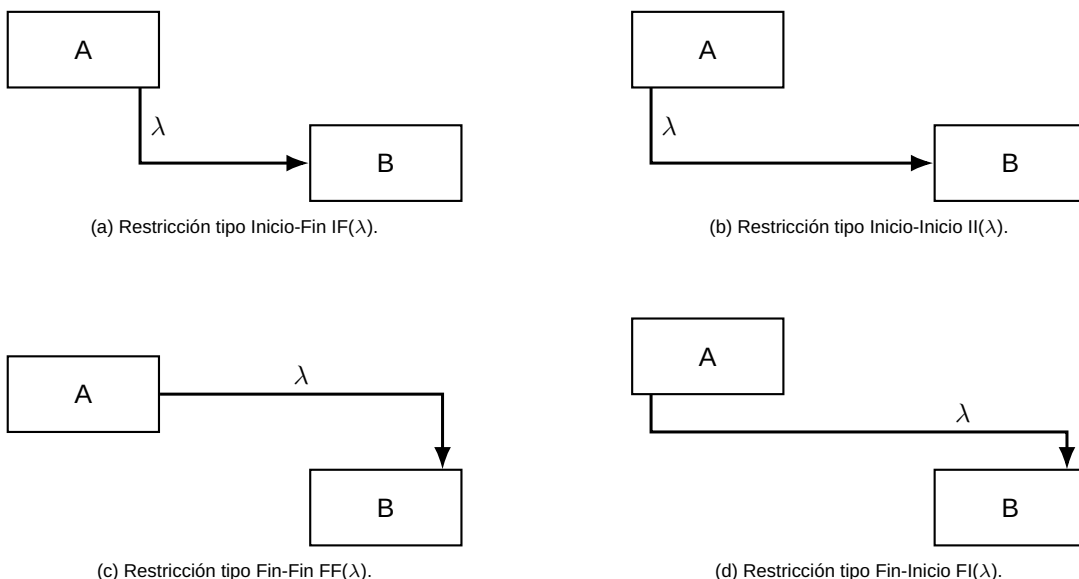


Figura 2: Representación de las restricciones entre actividades en las redes de precedencias.

INICIO-FIN IF(λ) La actividad B, no puede comenzar hasta que transcurra un tiempo λ después de la terminación de la actividad A. En este caso el lapso de tiempo se sitúa en el centro del arco (figura ??).

INICIO-INICIO II(λ) La actividad B, no puede comenzar hasta transcurrido un tiempo λ después del comienzo de la actividad A (figura ??).

FIN-FIN FF(λ) La actividad B no puede terminar hasta un tiempo λ después de que se haya terminado A (figura ??).

FIN-INICIO FI(λ) La actividad B no puede terminar hasta un tiempo λ después de que haya comenzado A (figura ??).

El lapso de espera λ puede ser nulo, obviamente.

De estas cuatro restricciones la relación habitual es la principio-final IF(λ). La restricción final-principio FI(λ) es teóricamente posible, aunque muy extraña en la práctica.

Igualmente, se consigue mayor claridad y facilita el cálculo que se verá más adelante si las flechas se trazan partiendo de la parte inferior o derecha de la actividad, y se terminan en la parte izquierda o en la superior (figura ??).

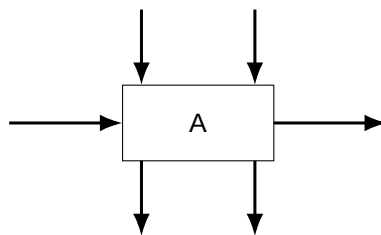


Figura 3: Disposición de las flechas en las actividades.

3. Trazado de la red

Cuando una red representa una obra que se inicia simultáneamente con varias actividades, en el grafo puede incluirse una actividad auxiliar, que sirve de origen. De este modo una red de precedencias equivalente en su inicio a la de flechas de la figura ?? queda como se muestra en la figura ??.

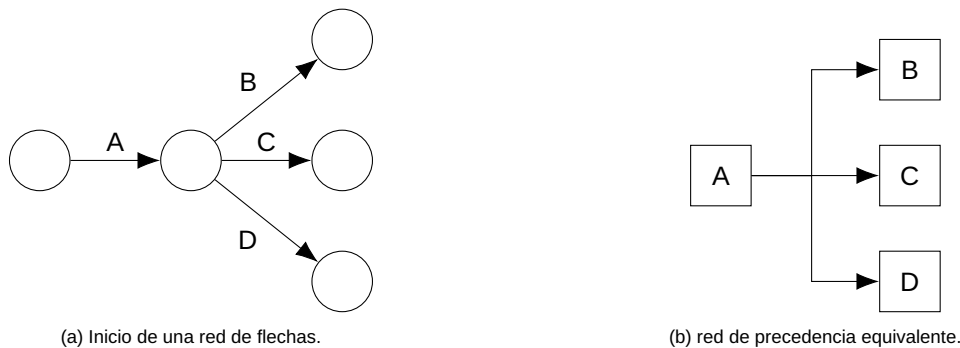


Figura 4: Equivalencia entre redes de flechas y redes de precedencias.

De igual forma, si al final de la red la obra termina con la realización de varias actividades, puede utilizarse una actividad adicional (F) para cerrar dicha red (figura ??).

En las relaciones FP(0), han de evitarse redundancias como la que se indica en el grafo triangular de la figura ??, el cual debe ser sustituido por el de la figura ??.

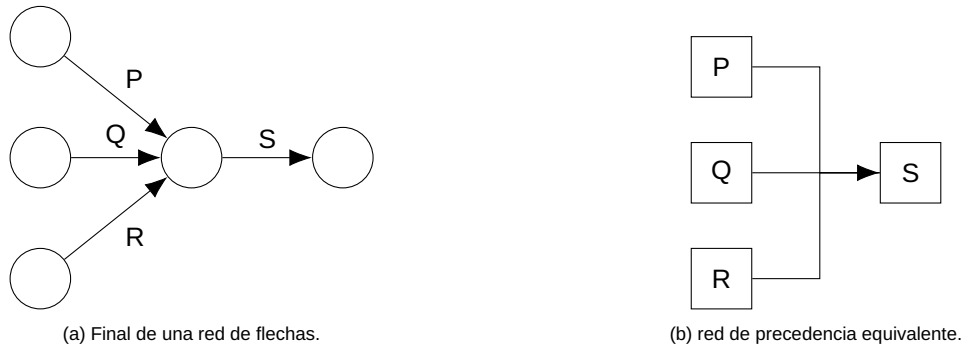


Figura 5: Equivalencia entre redes de flechas y redes de precedencias.



Figura 6: Red de precedencia incorrecta y correcta.

4. Cálculos y notación

La representación que se sigue por convenio para la representación de la red es la que se muestra en la figura ??.

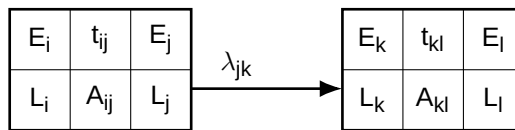


Figura 7: Notación para el cálculo de fechas.

En cada nudo quedan reflejadas con la actividad (A_{ij}) y su duración (t_{ij}) las fechas más tempranas de inicio (E_i) y de terminación (E_j) y las fechas más tardías de inicio (L_i) y de terminación (L_j).

Entre cada dos actividades, las fechas más tempranas y los lapsos de tiempo están relacionados en cada caso de la siguiente forma:

- Relación principio-final (PF):

$$E_k \geq E_j + \lambda_{jk}$$

$$L_j \leq L_k - \lambda_{jk}$$

- Relación principio-principio (PP):

$$E_k \geq E_i + t_{ij} + \lambda_{jk}$$

$$L_i \leq L_k - t_{ij} - \lambda_{jk}$$

- Relación final-final (FF):

$$E_l \geq E_j + \lambda_{jk} + t_{kl}$$

$$L_l \leq L_j - \lambda_{jk} - t_{kl}$$

- Relación final-principio (PF):

$$E_j \geq E_k + \lambda_{jk}$$

$$L_k \leq L_j - \lambda_{jk}$$

4.1. Comparación con la red de flechas

Los valores anteriores, en una red de flechas tendrían la representación de la figura ??.

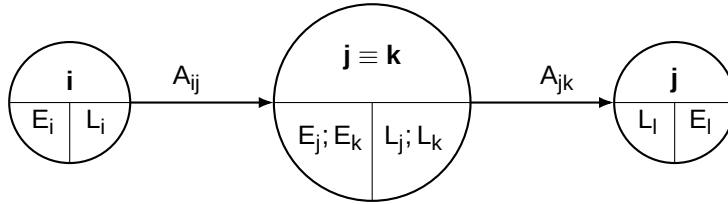


Figura 8: red de flechas equivalente al ejemplo anterior.

En las redes de flechas la configuración de la red y la inexistencia de lapsos de tiempo entre actividades consecutivas tiene como consecuencia la superposición de los índices j y k , y por tanto, la coincidencia de los valores $E_j = E_k$ y $L_j = L_k$.

En las redes de precedencias dos actividades consecutivas pueden estar relacionadas con lapsos de tiempo positivos o nulos y la coincidencia de las fechas anteriores no siempre se producirá. Si $\lambda > 0$ tal coincidencia nunca se dará, y por el contrario se producirá siempre que las actividades sean críticas y además $\lambda = 0$.

4.2. Determinación de tiempos

El cálculo se efectúa en dos pasadas, como en las redes de flechas.

- Primera pasada: Con las ecuaciones expuestas y tomando en el origen $E_i = 0$ se calculan hacia adelante las fechas más tempranas. Cuando en un mismo nudo terminan varios caminos, se toma el valor máximo de todos los calculados.
- Segunda pasada: Desde las actividades finales, en las que $L_j = D$, se calculan hacia atrás las fechas más tardías. Si para un mismo nudo se obtienen varios valores, se adopta el mínimo. D es la duración del proyecto determina en la pasada anterior.

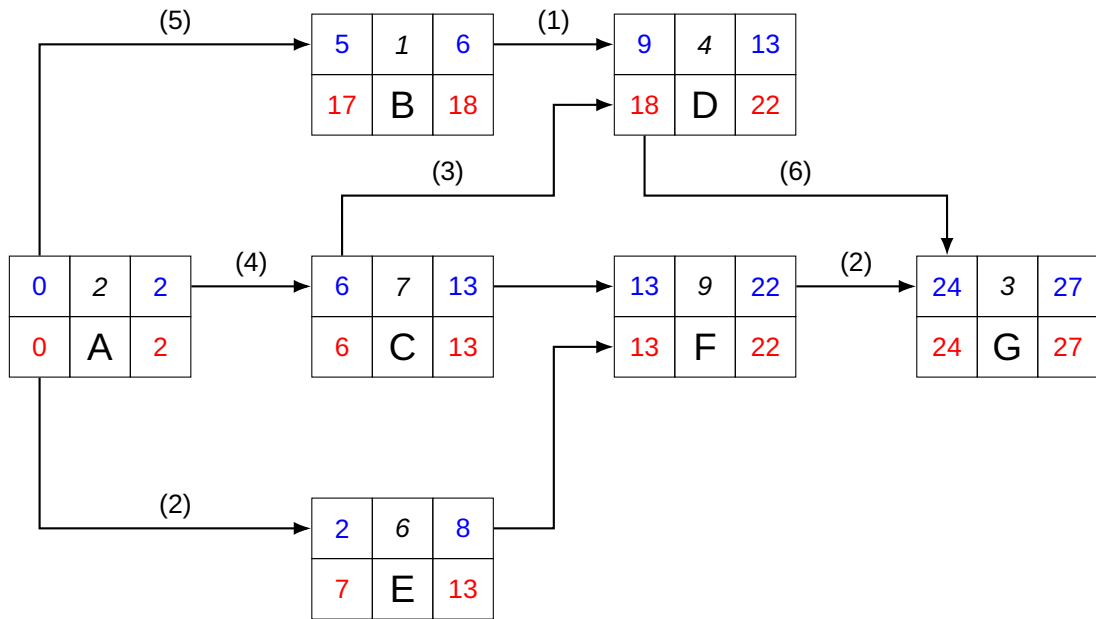
Obtención del camino crítico Al igual que en las redes de flechas, el camino crítico está formado por el conjunto de actividades de holgura nula, es decir por aquellas en las que con la notación anterior se verifique: $E_i = E_j$ y $L_i = L_j$.

Igual que en las redes de flechas en una misma red de precedencias puede aparecer más de un camino crítico y como en aquellas, son también aplicables los conceptos probalísticos (como el método PERT) o de cualquier otro tipo de los utilizados en los CPM.

Veamos como ejemplo una aplicación a la determinación del camino crítico en una red de precedencias definida por las actividades que se relacionan en el siguiente cuadro:

Actividad	Duración	Precedencia
A	2	–
B	1	II5(A)
C	1	IF4(A)
D	1	IF1(B); II3(C)
E	1	II2(A)
F	1	IF(C); IF(E)
G	1	IF2(G); II6(D)

Grafo de la red con el cálculo de fechas:



Camino crítico: A – C – F – G

Actividades parcialmente críticas En algunos casos, las formas de relación que ligan dos nodos de la red, pueden dar lugar a la aparición de actividades solamente críticas en sus fechas de inicio ($E_i = L_i$), o solo en las de terminación ($E_j = L_j$). Tales actividades forman parte del camino crítico e incluso puede ser las de origen o final de dicha red. Esta particularidad, exclusiva de las redes de precedencias, proporciona un concepto más amplio y flexible de «camino crítico» por el que es factible variar la duración de alguna de sus actividades.

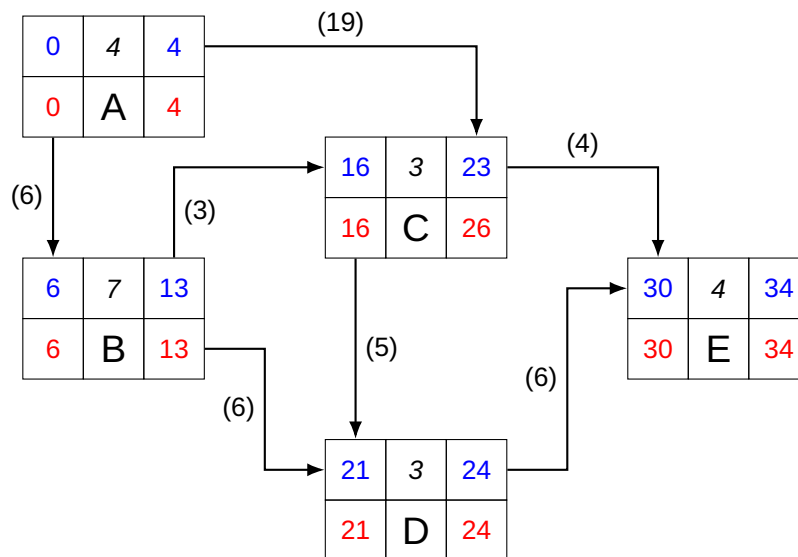


Figura 9: Red de precedencias.

Así en la red representada en la figura ?? el camino crítico está formado por las actividades A-B-C-D-E, de las cuales C es *semicrítica*, pues podría aumentar su duración desde 3 hasta 10 sin afectar a la duración del proyecto, pero su inicio no puede demorarse.

Definición de holuras La existencia de lapsos de tiempo (λ) entre dos actividades no modifica básicamente los conceptos de «tiempos disponibles» y «holuras» tal y como se aplican en las redes de flechas. No obstante, la inclusión de estos nuevos parámetros, combinados con los diversos tipos de relación (FI, II, FF) y con las múltiples formas de enlace en que estos se pueden establecer complica notablemente la aplicación

de un algoritmo común y generalizable a cualquier red de precedencias. Si se observa en la figura ?? anterior la actividad B, las holguras podrían ser:

- Holgura total: $L_j - E_i - t_{ij} = 26 - 16 - 3 = 7$
- Holgura libre: $E_j - E_i - t_{ij} = 23 - 16 - 3 = 4$
- Holgura independiente: $E_j - L_i - t_{ij} = 23 - 16 - 3 = 7$

Pero estas holguras permiten alargar la duración de la actividad, no desplazarla en el programa, porque el inicio está fijado. Por lo tanto, no son holguras en sentido estricto.

EJERCICIOS RESUELTOS

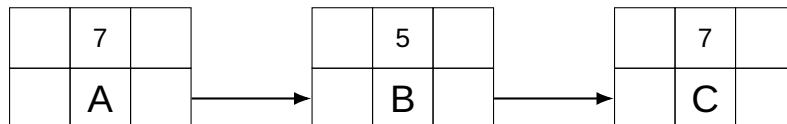
Ejercicio 1

Un proyecto viene dado por las actividades, duraciones y precedencias que se muestran en la tabla que sigue:

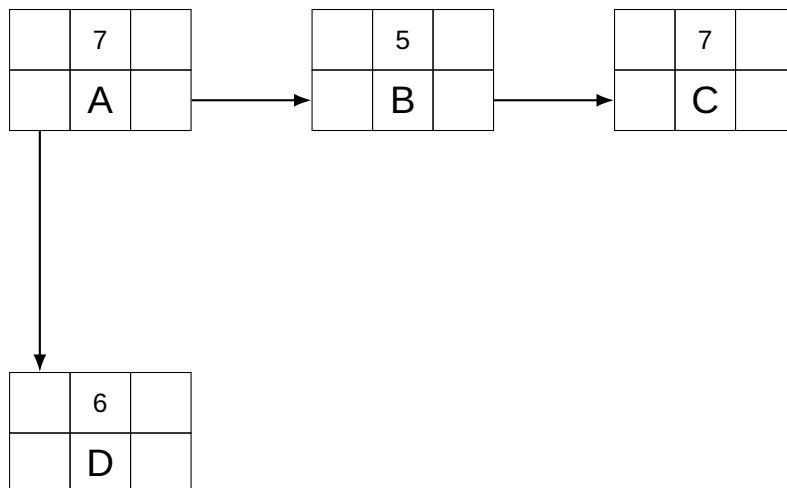
Actividad	Duración	Precedencia
A	7	–
B	5	IF(A)
C	7	IF(B)
D	6	II(A)
E	2	IF(A); FI(B); IF(D)
F	4	IF(B)
G	3	IF(F); FF(G)
H	6	IF(E); FI(H)

1. Representar el proyecto en una red de precedencias.
2. Identificar el camino crítico y las holguras totales.
3. Representar el diagrama de Gantt del proyecto.

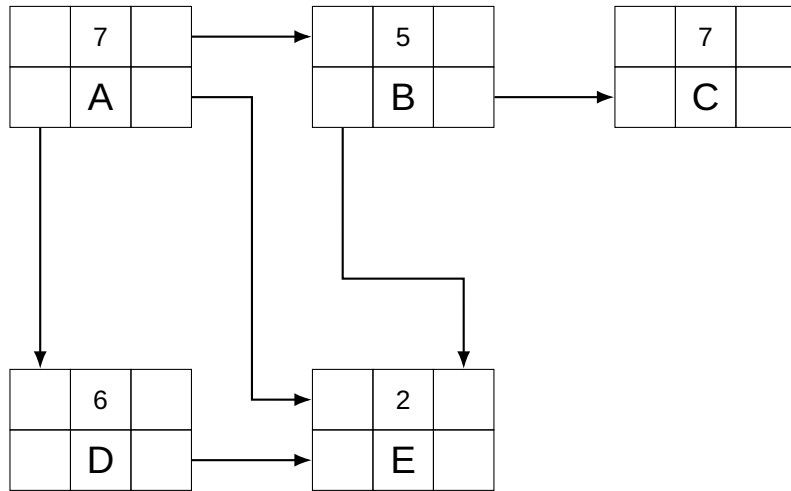
Solución En primer lugar, dado que la actividad A es la única que no tiene precedencias, se puede considerar la actividad inicial. Del mismo modo, la actividad B tiene a la A como precedente, y la C tiene a la B como precedente. Se pueden representar ya las tres actividades encadenadas:



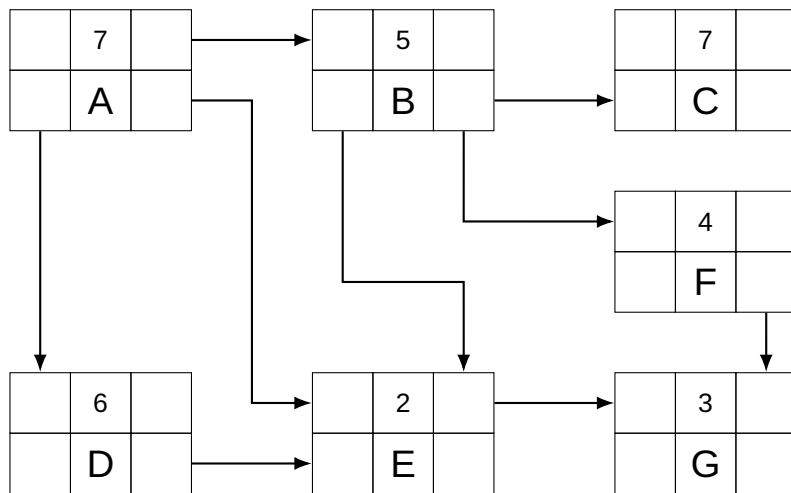
La actividad D se puede representar ahora a partir de la A del modo que sigue:



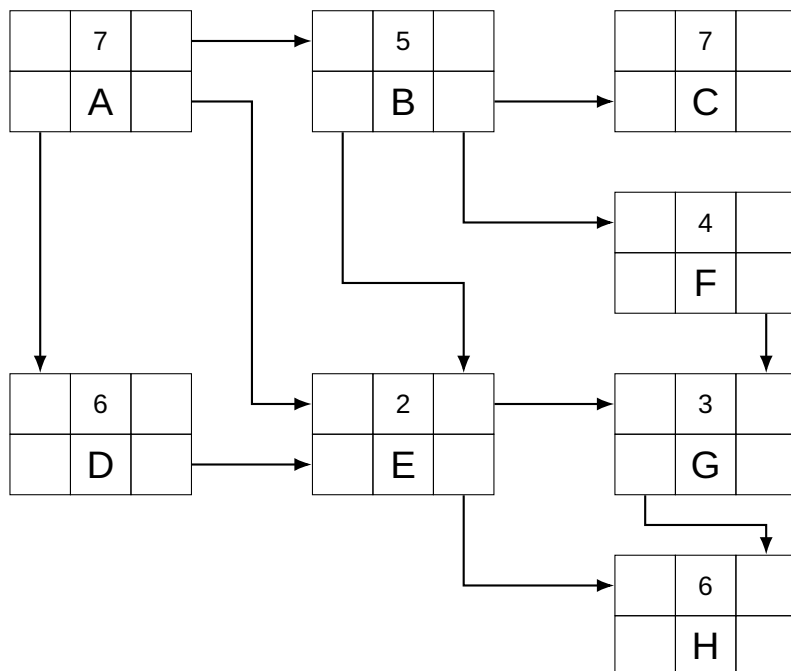
La actividad E ahora tiene tres relaciones de precedencia, y quedaría como sigue:



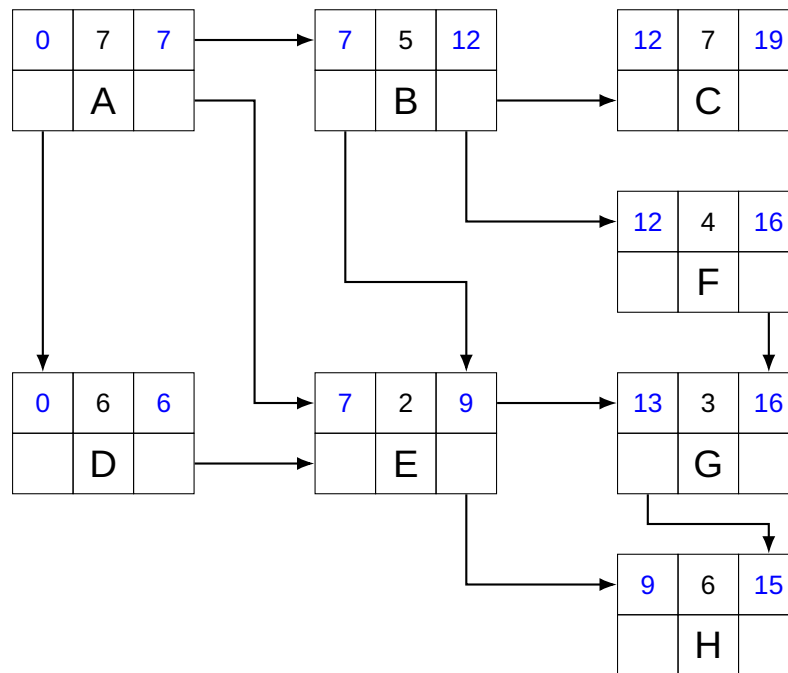
Ya se pueden situar las actividades F y G:



Finalmente la actividad H es la actividad final:

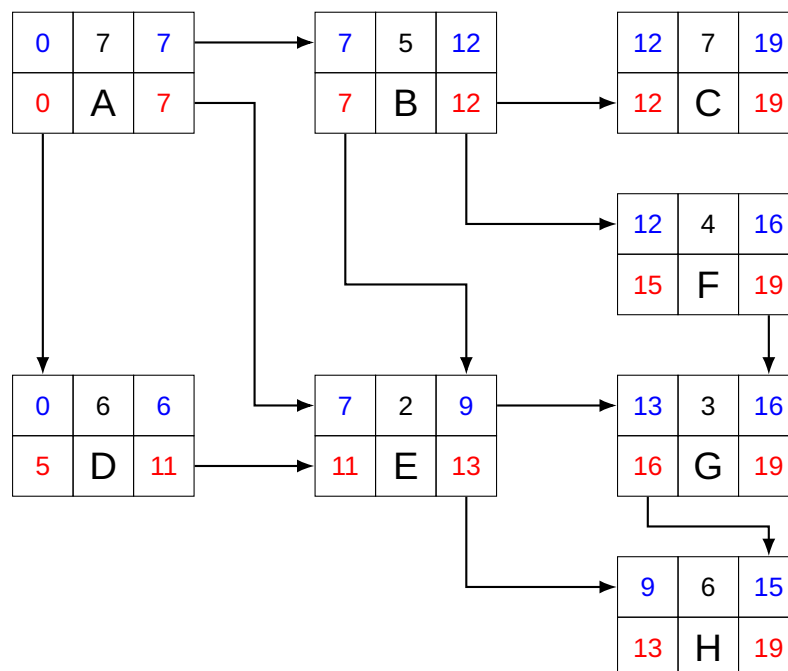


Ahora se obtienen las fechas de inicio y fin más tempranas de cada actividad. El resultado es:



La actividad G, por ejemplo, debe retrasar su inicio hasta el día 13 debido a la restricción con la actividad G. La duración del proyecto viene dada por el final de C, no de H, y es de 19 días.

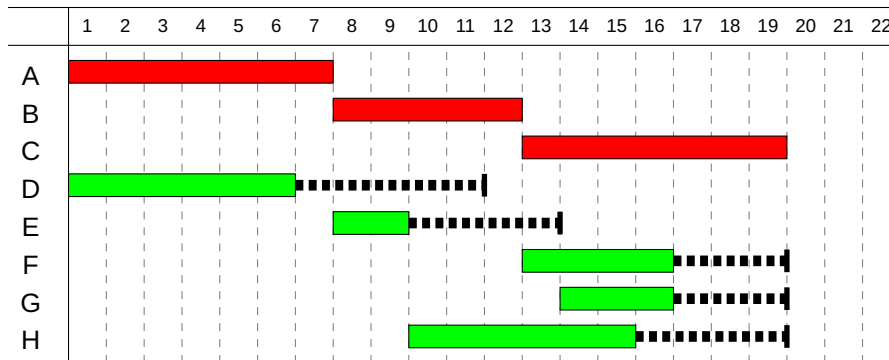
Finalmente se obtienen las fechas más tardías de cada actividad, calculando desde el final:



El camino crítico viene dado por las actividades: A – B – C. Las holguras son:

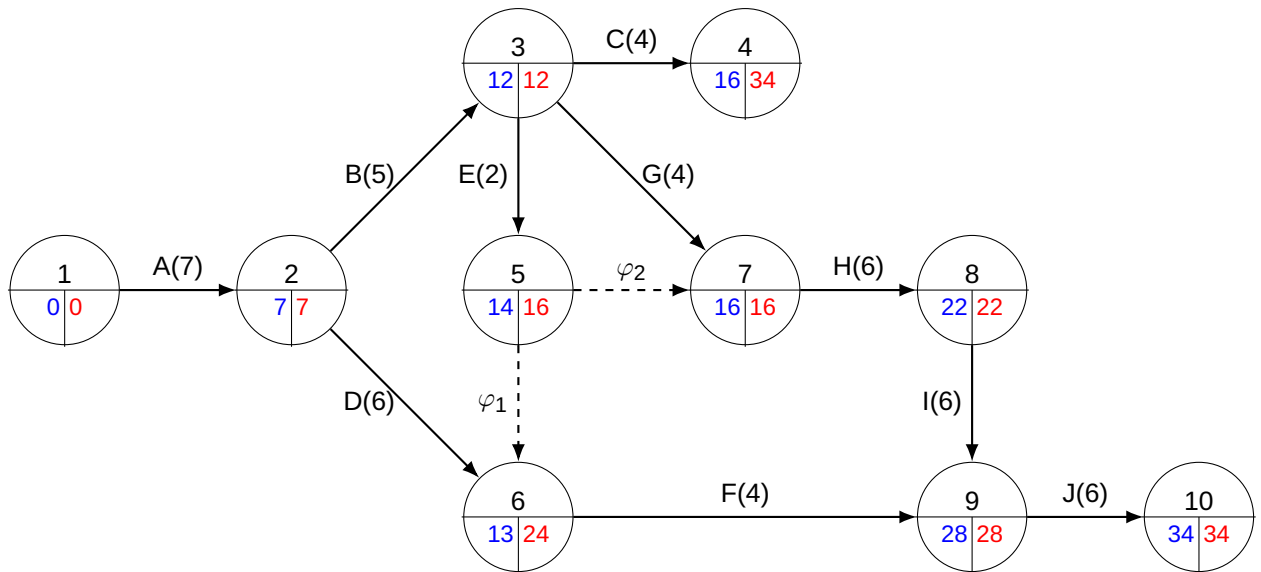
Actividad	H _T
A	0
B	0
C	0
D	5
E	4
F	3
G	3
H	4

El diagrama de Gantt de este proyecto es:



Ejercicio 2

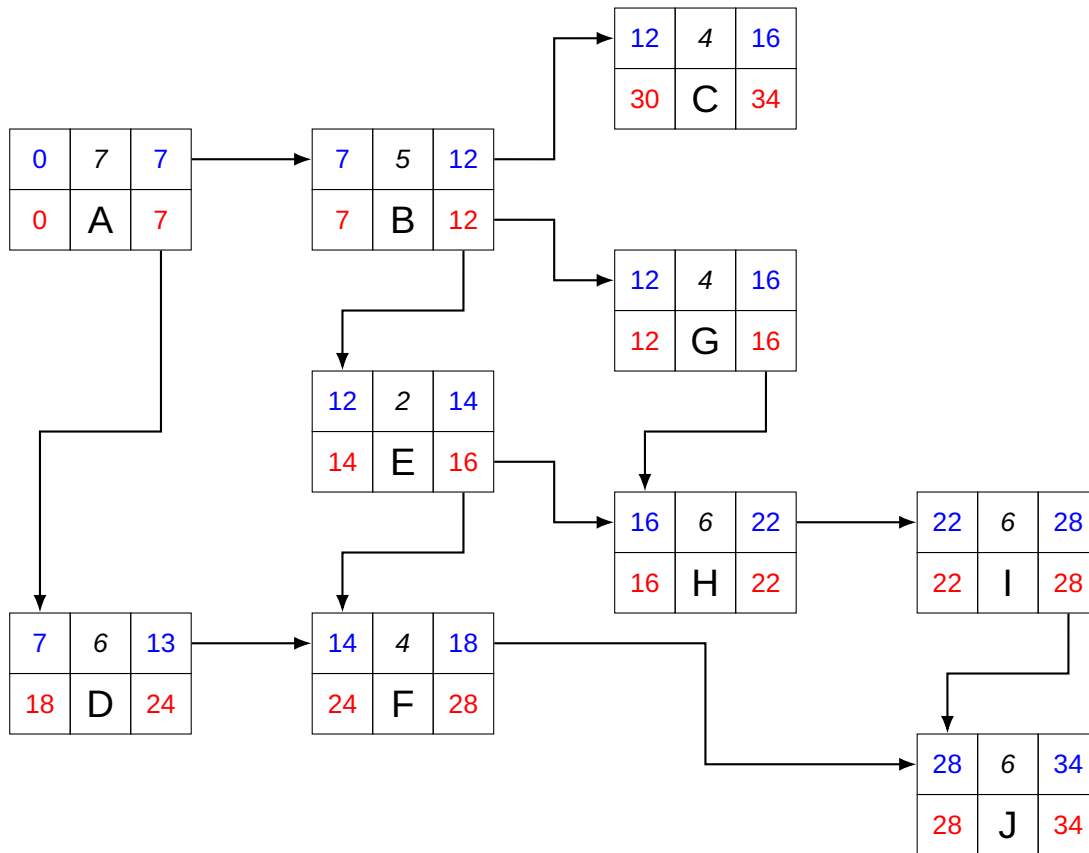
De un proyecto se tiene la red de flechas que sigue;



Se pide:

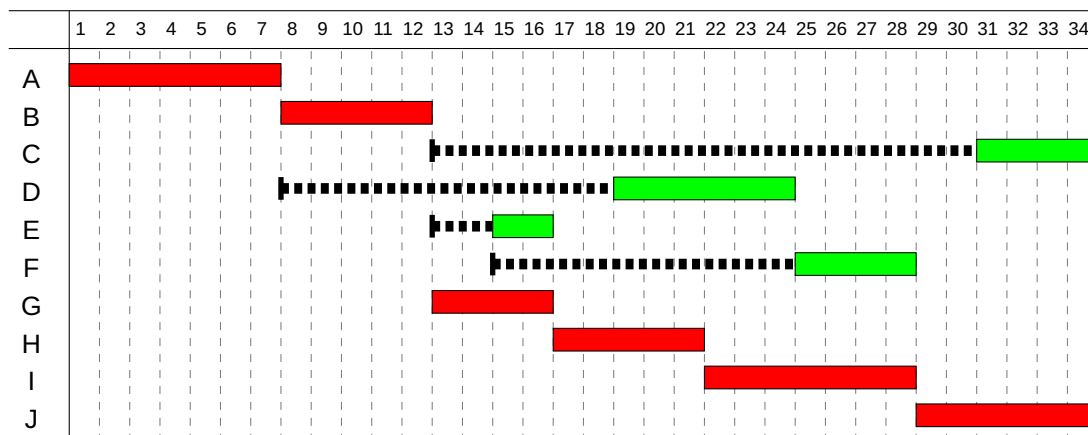
1. Representar el proyecto en una red de precedencias.
2. Representar el diagrama de Gantt del proyecto con la programación más tardía, representando las holguras.

Solución



Como se puede observar, no han sido necesarias las actividades ficticias.

El diagrama de Gantt programando en las fechas más tardías:



Referencias

- [1] H. Kerzner. *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*. Wiley, 2025. ISBN: 9781394290031. URL: <https://books.google.es/books?id=Jr1HEQAAQBAJ>.
- [2] David R. Pierce. *Project scheduling and management for construction*. eng. Fourth edition. RSMears ; v.89. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2013. ISBN: 9781118417171.
- [3] Erik Leuven Demeulemeester y Willy S Herroelen. *Project scheduling*. en. International Series in Operations Research & Management Science. New York, NY: Springer, abr. de 2013.

